

FONCTION DE TRANSFERT D'UN ELEMENT DE STOCKAGE PAR CHALEUR SENSIBLE FONCTIONNANT EN REGIME PERIODIQUE

B. FOURCHER et C. SAINT-BLANQUET

Laboratoire de Thermocinetique de l'Université de Nantes, ERA CNRS 663,
 2, rue de la Houssinière, 44072 Nantes Cédex, France

(Reçu le 28 novembre 1979 et version révisée le 29 janvier 1980)

Résumé—Cet article concerne le filtrage d'une puissance thermique périodique de type énergie solaire. On montre que ce but est atteint en introduisant une unité de stockage par chaleur sensible jouant le rôle d'un 'volant d'inertie thermique'. L'étude théorique réalisée sur une unité de stockage constituée de plaques solides de forme rectangulaire balayées par un fluide caloporteur conduit à des raisonnements physiques simples conditionnant les fluctuations de température en sortie et permet de définir une géométrie optimale des modèles. Les résultats sont explicitement donnés pour deux couples fluide-matériau de stockage différents : air-alumine et air-brique réfractaire.

NOMENCLATURE

<p>a_s, diffusivité thermique du solide [$m^2 s^{-1}$];</p> <p>b, $\sqrt{(\lambda c_p)_s}$ effusivité thermique du solide [$W m^{-2} s^{1/2} K^{-1}$];</p> <p>Bi, $\frac{\alpha l}{\lambda_s}$ nombre de Biot;</p> <p>c_s, chaleur massique du solide [$J kg^{-1} K^{-1}$];</p> <p>c_f, chaleur massique du fluide [$J kg^{-1} K^{-1}$];</p> <p>f_s, fonction de stockage [W_s/H_m];</p> <p>H_m, $T_0 \dot{m} c_f \frac{\tau}{\pi}$: enthalpie maximum d'entrée [J];</p> <p>i, $\sqrt{-1}$;</p> <p>l, épaisseur d'une demi-plaque [m];</p> <p>$2l'$, distance entre plaques [m];</p> <p>L, longueur des plaques [m];</p> <p>L_0, largeur des plaques [m];</p> <p>\dot{m}, débit-masse du fluide [$kg s^{-1}$];</p> <p>Nu, $\frac{4\alpha l'}{\lambda_f}$ nombre de Nusselt;</p> <p>Pr, nombre de Prandtl;</p> <p>q, densité de flux de chaleur à la paroi [$W m^{-2}$];</p> <p>$Q(t)$, flux total instantané à la paroi [W];</p> <p>\dot{Q}, débit volumétrique du fluide [$m^3 s^{-1}$];</p> <p>Re, $\frac{2\dot{Q}}{L_0 v} = \frac{4ul'}{v}$ nombre de Reynolds;</p> <p>S, surface totale d'échange ($2L_0L$) [m^2];</p> <p>St, $\frac{Nu}{RePr}$: nombre de Stanton;</p> <p>St^*, $St \cdot \frac{L}{l'} = \frac{\alpha S}{\dot{m} c_f}$;</p> <p>$t$, temps [s];</p> <p>$T$, température du fluide;</p>	<p>T_0, amplitude des fluctuations de température de fluide à l'entrée;</p> <p>u, vitesse de l'écoulement [$m \cdot s^{-1}$];</p> <p>W_m, pertes de charge [J];</p> <p>W_s, énergie stockée [J];</p> <p>x, coordonnée axiale [m];</p> <p>y, coordonnée transversale [m].</p> <p>Symboles grecs</p> <p>α, coefficient d'échange thermique [$W m^{-2} K^{-1}$];</p> <p>β, $l \sqrt{\left(\frac{\pi}{a_s \tau}\right)}$;</p> <p>$\gamma$, $\frac{\alpha}{b} \sqrt{\left(\frac{\tau}{\pi}\right)} = \frac{Bi}{\beta}$;</p> <p>$\varepsilon$, W_m/H_m: taux de pertes de charge;</p> <p>ζ, déphasage du flux thermique local en paroi (par rapport à la température de mélange du fluide) [rd];</p> <p>θ, température du solide;</p> <p>λ_{fs}, conductivité thermique du fluide [$W m^{-1} K^{-1}$];</p> <p>λ_s, conductivité thermique du solide [$W m^{-1} K^{-1}$];</p> <p>$e^{-\mu}$, fonction de transfert ($\mu = \eta + i\xi$);</p> <p>ν, viscosité cinématique [$m^2 s^{-1}$];</p> <p>ξ, déphasage du fluide en sortie [rd];</p> <p>ρ_f, masse volumique du fluide [$kg m^{-3}$];</p> <p>ρ_s, masse volumique du solide [$kg m^{-3}$];</p> <p>τ, période [s];</p> <p>$\frac{L}{\tau u}$;</p> <p>$\Phi(x)$, déphasage de flux thermique pariétal (par rapport à la température d'entrée du fluide) [rd];</p> <p>χ, $e^{-\eta}$: fonction d'amortissement;</p>
--	--

$\psi_s(x, y)$, phase de la température du solide [rd];
 $\psi_f(x)$, phase de la température du fluide [rd]
 $(\psi_f(L) = \xi)$.

1. INTRODUCTION

ACTUALISÉ par les besoins croissants en énergie de plus en plus coûteuse, le problème du stockage thermique se pose lorsqu'on envisage une utilisation rationnelle de l'énergie solaire. A cet égard, de nombreuses situations peuvent s'envisager.

Ainsi, à l'échelle de l'année, il peut être particulièrement intéressant pour assurer le chauffage des locaux, d'accumuler l'énergie solaire disponible en été pour la restituer en hiver. De façon similaire, on peut imaginer un stockage assurant le transfert d'énergie thermique jour \rightarrow nuit.

Dans un domaine différent—la production d'énergie électrique par chaudière solaire—le rôle du stockage est encore plus évident. L'intermittence de la source de puissance la rend inutilisable si on ne dispose pas d'un 'volant d'inertie thermique' permettant au minimum de s'affranchir des passages nuageux. Dans une situation idéalisée, on pourrait imaginer que dans ce type d'installation, et sous réserve d'un ensoleillement régulier, on puisse obtenir au moyen d'un ensemble de stockage une source de puissance thermique à puissance presque constante.

A l'occasion de recherches actuellement nombreuses sur ce thème, on redécouvre des technologies déjà éprouvées, tout au moins en ce qui concerne le stockage par chaleur sensible. C'est le cas des régénérateurs de chaleur dont le fonctionnement s'apparente directement aux situations évoquées précédemment [1–5].

Les efforts actuels portent donc sur une meilleure compréhension des mécanismes de transferts thermiques en régime dynamique.

Souvent on appréhende ces mécanismes par l'étude de la réponse à un échelon de température appliqué sur le fluide à l'entrée d'un système de stockage [6–8]. Par intégration, on peut en déduire (théorème de Duhamel) le comportement pour tout signal d'entrée.

On peut également envisager, et c'est le point de vue que nous développerons ici à la suite de travaux antérieurs [9–11] la réponse harmonique du système. L'analyse de Fourier permet, ensuite, d'accéder à la réponse pour une entrée de température quelconque.

Ces deux approches, en plus des conclusions intéressantes qu'elles apportent pour ces signaux élémentaires, fournissent deux méthodes de calcul indépendantes pour les régimes de fonctionnement réel—bien qu'il puisse se révéler, en pratique, et suivant les régimes dynamiques rencontrés, qu'une méthode soit plus adaptée que l'autre.

En particulier, la réponse harmonique peut présenter un intérêt notable dans le cas de l'énergie solaire, lorsqu'on envisage un régime périodique établi (période de 24 h) dans une installation destinée à fonctionner en permanence.

Parmi les configurations possibles d'une unité de stockage par chaleur sensible, nous retiendrons le schéma le plus élémentaire, à savoir un modèle constitué de plaques solides de forme rectangulaire balayées par le fluide caloporteur circulant à sens unique (Fig. 1).

Dans le module présenté, nous supposons que toutes les plaques sont identiques, ainsi que les canaux aménagés entre plaques successives. Nous admettrons qu'il n'y a pas de pertes thermiques.

Cette configuration classique [6, 8] permet par symétrie de réduire le problème à celui d'une demi-plaque d'épaisseur l , isolée sur une face et balayée sur l'autre par un fluide dont la température d'entrée est de la forme $T_1 + T_0 \sin \omega t$ (Fig. 2).

En régime thermique établi, le niveau moyen T_1 est conservé dans tout le système. Le rôle des plaques de stockage est essentiellement d'amortir la fluctuation de température du fluide en sortie. De ce point de vue, c'est la fonction de 'filtrage' du système qui retiendra notre attention, plutôt que celle de stockage, bien que les deux soient liées.

Pour les utilisations pratiques, nous montrerons qu'il est inutile d'étudier la réponse du système en fonction de variations continues et indépendantes des paramètres adimensionnels introduits lors de l'étude théorique. Le choix des matériaux, les périodes possibles des phénomènes thermiques ainsi que le dimensionnement des modèles n'offrant, tout compte fait, qu'un choix relativement limité.

Cette méthode d'analyse conduit à des raisonnements physiques simples conditionnant les fluctuations de température en sortie, et permet de définir une géométrie optimale des modèles.

Enfin, on étudiera les corrélations entre l'énergie stockée dans la plaque, celle transportée par le fluide et l'amortissement de la température en sortie des plaques.

On peut montrer que l'insertion d'un tel module dans une installation permet de convertir une source de puissance périodique en une source quasiment constante. L'efficacité du filtrage obtenu est liée directement à la fonction de transfert du module que nous étudions en détail dans cet article.

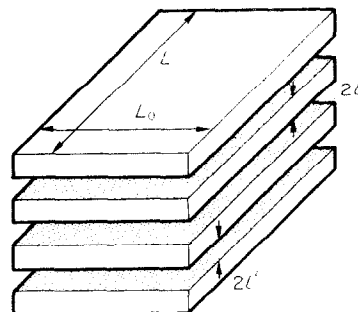


Fig. 1. Module de stockage.

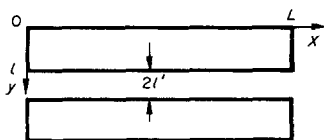


FIG. 2. Élément de stockage considéré dans l'étude.

2. HYPOTHESES DE CALCUL

1. Les caractéristiques thermophysiques du fluide et du matériau sont prises constantes et uniformes.

Cela suppose des matériaux homogènes et isotropes, ainsi que des variations de température raisonnables. En pratique, l'homogénéité et l'isotropie sont assurés pour les produits courants. Par contre, dans le cas de grandes amplitudes de température on serait amené à traiter un problème non linéaire, dans lequel non seulement les caractéristiques thermophysiques mais aussi le coefficient α et la vitesse u de l'écoulement dépendraient de la température.

2. L'interaction solide-fluide est traitée en introduisant en chaque section x un coefficient d'échange α constant en uniforme.

L'uniformité du coefficient d'échange suppose un régime établi à la fois thermique et dynamique.

En fait, le rapport L/l' est généralement suffisant en pratique pour que cette hypothèse classique n'apparaisse pas, *a priori*, comme très restrictive. Toutefois, ce problème sera abordé dans une prochaine étude.

3. D'autre part, nous utiliserons pour les bilans d'énergie, la température de mélange du fluide dans une section droite. Cette hypothèse est couramment admise dans la mesure où l'on suppose l'écoulement turbulent [6, 7, 11].

Dans le cas d'un gaz utilisé comme caloporteur, il est difficile de considérer en fait un régime laminaire. En effet, si l'on prend l'exemple de l'air à 300°C, on aboutit à la condition $\dot{Q}/L_0 < 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ ($Re < 2000$). Soit un débit masse $\dot{m} < 0,029 \text{ kg s}^{-1}$ si l'on choisit $L_0 = 1 \text{ m}$. Cette valeur correspond à un 'débit enthalpique' très faible ($\dot{m}C_f < 31 \text{ W K}^{-1}$) et cette situation semble peu intéressante.

Par contre, dans le cas d'un liquide, le problème est très différent. Avec une huile synthétique, type Santotherm, utilisée couramment à 300°C comme caloporteur, on obtient cette fois $\dot{Q}/L_0 < 6 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$; soit $\dot{m}C_f < 1240 \text{ W K}^{-1}$ (toujours avec $L_0 = 1 \text{ m}$); c'est dire que dans ce cas, même pour $Re < 2000$, le 'débit enthalpique' est déjà important.

En conséquence, dans le cas d'un gaz on se trouvera pratiquement toujours en régime d'écoulement turbulent.

Dans le cas d'un liquide, cette situation ne peut guère se reconstruire que sur des unités de grandes dimensions. Avec l'utilisation d'un caloporteur liquide, on peut donc être conduit à envisager un écoulement laminaire. Dans cette hypothèse, l'équation de trans-

port est à reconsidérer [11]. Cette étude est en cours.

4. On néglige le phénomène de conduction dans l'axe de la plaque. Cette hypothèse sera justifiée par une étude numérique présentée en fin d'article.

Dans une étude récente [8] on considère que la conduction axiale est négligeable si $Stl/l' < 0.3$.

En admettant la loi classique de Colburn pour le coefficient d'échange α , (soit $Nu = 0.023 Pr^{0.4} Re^{0.8}$), on est conduit avec ce critère à la relation $l/l' < 13 Re^{0.2} Pr^{0.6}$, soit dans le cas le plus défavorable (pour l'air) à $l/l' < 67$.

A priori, il n'apparaît donc pas que l'hypothèse 4 soit contraignante. Toutefois, le critère $Stl/l' < 0.3$ évoqué concernait une réponse à l'échelon de température et il nous a paru utile de procéder comme indiqué ici à un contrôle du bien fondé de cette hypothèse, dans le cas d'un régime périodique.

Cet ensemble de conditions étant posé, le problème est linéaire et possède une solution analytique qui présente l'intérêt d'être beaucoup plus manipulable qu'une solution purement numérique, surtout si l'on envisage la discussion des résultats et leur extension à des régimes de fonctionnement plus complexes.

3. EQUATIONS DU SYSTEME CALCUL DES DISTRIBUTIONS DE TEMPERATURE FONCTION DE TRANSFERT

3.1. Equations du système

En régime périodique établi, le seul que nous traitons ici, l'ensemble du système plaques-fluide oscille autour du niveau moyen T_1 qui n'intervient pas du fait de la linéarité des équations.

Les distributions de température dans le solide et dans le fluide sont alors respectivement de la forme:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta(x, y) \sin\{\omega t + \psi_s(x, y)\} & (1) \\ T &= T(x) \sin\{\omega t + \psi_f(x)\} & (2) \end{aligned} \quad (I)$$

θ et T sont solutions du système couplé (II) suivant

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} &= \frac{1}{a_s} \frac{\partial \theta}{\partial t} & (3) \\ (c\rho)_f l' \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) &= \alpha(\theta_{y=l} - T) & (4) \\ \text{en } y = 0 \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} &= 0 & (5) \\ \text{en } y = l \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} &= \frac{\alpha}{\lambda_s} (T - \theta_{y=l}) & (6) \\ \text{à l'entrée } (x = 0), T &= T_0 \sin \omega t. & (7) \end{aligned} \right\} (II)$$

Pour faciliter les calculs nous introduisons les températures complexes $\tilde{T}(x)e^{i\omega t}$ et $\tilde{\theta}(x, y)e^{i\omega t}$ on aura

$$\left. \begin{aligned} T(x) &= |\tilde{T}(x)| \text{ et } \psi_f(x) = \text{Arg } \tilde{T}(x) \\ \theta(x, y) &= |\tilde{\theta}(x, y)| \\ &\text{et } \psi_s(x, y) = \text{Arg } \tilde{\theta}(x, y). \end{aligned} \right\} (III)$$

Le système II prend alors la forme

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{\theta}}{\partial y^2} - \frac{i\omega}{a_s} \tilde{\theta} &= 0 & (3') \\ (C\rho)_f l \left(i\omega \tilde{T} + u \frac{d\tilde{T}}{dx} \right) &= \alpha (\tilde{\theta}_{y=l} - \tilde{T}) & (4') \\ \text{en } y=0 \quad \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial y} &= 0 & (5') \\ \text{en } y=l \quad \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial y} &= \frac{\alpha}{\lambda_s} (\tilde{T} - \tilde{\theta}_{y=l}) & (6') \\ \text{en } x=0, \quad \tilde{T} &= T_0. & (7') \end{aligned} \right\} \text{(II')}$$

3.2. Distributions de températures et fonction de transfert

La résolution de (II') conduit aux expressions

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\theta}(x, y) &= \tilde{T}(x) \frac{\gamma \operatorname{ch} \beta(1+i)y^*}{(1+i)\operatorname{sh} \beta(1+i) + \gamma \operatorname{ch} \beta(1+i)} & (8) \\ \tilde{T}(x) &= T_0 e^{-\mu x^*} & (9) \end{aligned} \right\}$$

avec

$$\begin{aligned} \mu &= 2i\pi\tau^* + St^* \\ &\times \frac{(1+i)\operatorname{sh} \beta(1+i)}{(1+i)\operatorname{sh} \beta(1+i) + \gamma \operatorname{ch} \beta(1+i)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Les paramètres adimensionnels introduits sont les suivants:

$$\left. \begin{aligned} x^* &= x/L; \quad y^* = y/l \\ \beta &= l \sqrt{\left(\frac{\pi}{a_s \tau}\right)}; \quad \gamma = \alpha \sqrt{\left(\frac{\tau}{\pi(\lambda c \rho)_s}\right)} = \frac{Bi}{\beta} \\ St^* &= St \frac{L}{l} = \frac{\alpha S}{\dot{m} c_f} \\ \tau^* &= \frac{L/u}{\tau}. \end{aligned} \right\} \text{(IV)}$$

$e^{-\mu}$ représente la fonction de transfert du système. C'est une grandeur complexe. La fonction μ caractérisant la température de sortie du fluide peut s'écrire sous la forme:

$$\mu = \eta + i\zeta \quad (11)$$

d'où

$$\tilde{T}(x) = T_0 e^{-\eta x^*} e^{-i\zeta x^*}. \quad (12)$$

La température du fluide subit donc un amortissement d'amplitude exponentiel en x et un déphasage proportionnel à x .

La fonction d'amortissement $\chi = e^{-\eta}$ dépend des trois paramètres adimensionnels β, γ, St^* .

La fonction ζ représente le retard de phase de la température du fluide en sortie. Elle fait apparaître un paramètre supplémentaire τ^* qui est négligeable si l'on suppose $(\partial T / \partial t) \ll u(\partial T / \partial x)$ dans (4). C'est le cas usuel. Dans (III) on obtient $\psi_f(x) = -\zeta x^*$.

3.3. Signification physique des paramètres $\beta, \gamma, St^*, \tau^*$
Qualitativement, on peut dire que:

β fixe la profondeur de pénétration du signal thermique dans l'épaisseur de la plaque. Plus il est faible et meilleure est l'isothermicité d'une section droite de la plaque.

Lorsque β est élevé, seule la couche superficielle du matériau est concernée par le stockage.

$\gamma = Bi/\beta$ caractérise la qualité de l'interaction fluide/solide. Celle-ci est d'autant meilleure que γ est élevé.

$St^* = \alpha S / \dot{m} c_f$ s'interprète aisément si dans l'expression (10) on suppose γ très grand.

En effet,

$$\begin{aligned} (\lim \mu)_{\gamma \rightarrow \infty} &= 2i\pi\tau^* \\ &+ \frac{Sb}{\dot{m} c_f} \left(\frac{\pi}{\tau}\right)^{1/2} (1+i)\operatorname{th} \beta(1+i). \end{aligned} \quad (13)$$

Le facteur d'amortissement η est donc directement proportionnel à $Sb/\dot{m} c_f$, et même dans le cas d'un échange parfait (γ infini), un effet notable suppose obligatoirement une valeur suffisante de la grandeur $S/\dot{m} c_f$. Avec un caloporteur liquide ($\dot{m} c_f$ grand), la surface d'échange S devra être très importante.

Si St^* est trop faible, il n'y a pas d'amortissement possible.

$\tau^* = (L/u)/\tau$ représente simplement le temps de passage du fluide dans la conduite, rapporté à la période du phénomène. Il n'a d'influence que sur le déphasage ζ et peut être considéré comme tout à fait négligeable dans tous les cas d'intérêt pratique.

4. BILAN ENERGETIQUE DU SYSTEME

4.1. Comportement du flux thermique en paroi

En un point d'abscisse x donné à la surface de la plaque, le stockage s'effectue pendant une demi-période lorsque le flux thermique est positif (fluide \rightarrow paroi). Pendant la demi-période suivante, c'est le phénomène inverse; la température de surface de plaque est supérieure à celle du fluide et on obtient un déstockage.

La densité de flux thermique en paroi s'écrit:

$$q = q(x) \sin[\omega t + \Phi(x)] \quad (14)$$

soit, en utilisant la notation complexe

$$\tilde{q}(x) = \lambda_s \left(\frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial y}\right)_{y=l} = \alpha \tilde{T}(x) \tilde{F}(\beta, \gamma) \quad (15)$$

avec

$$\tilde{F}(\beta, \gamma) = \frac{(1+i)\operatorname{sh} \beta(1+i)}{(1+i)\operatorname{sh} \beta(1+i) + \gamma \operatorname{ch} \beta(1+i)}. \quad (16)$$

Posant par ailleurs $\zeta(\beta, \gamma) = \operatorname{Arg} \tilde{F}(\beta, \gamma)$ (17)

on obtient $\Phi(x) = \operatorname{Arg} \tilde{T}(x) + \operatorname{Arg} \tilde{F}(\beta, \gamma)$ (18)

soit: $\left\{ \begin{aligned} \Phi(x) &= -\zeta x^* + \zeta(\beta, \gamma) \end{aligned} \right.$ (19)

on a aussi: $\left\{ \begin{aligned} q(x) &= |\tilde{q}(x)| = \alpha T_0 e^{-\eta x^*} |\tilde{F}(\beta, \gamma)|. \end{aligned} \right.$ (20)

Le flux thermique pariétal décroît donc en amplitude comme $T(x)$, c'est-à-dire exponentiellement, et l'instant où débute le stockage évolue linéairement en x , q , présentant un déphasage constant $\zeta(\beta, \gamma)$ par rapport au fluide.

Physiquement, cela signifie que l'on peut avoir stockage en un point donné de la paroi et, simultanément, déstockage en un autre point.

4.2. Calcul de l'énergie stockée

Le flux total instantané $Q(t)$ transmis aux deux demi-plaques s'obtient simplement par intégration de (14).

Soit

$$Q(t) = 2L_0 \int_0^L q \, dx = \frac{dE_{is}}{dt} \quad (21)$$

E_{is} étant l'énergie interne à l'instant t dans l'ensemble des deux demi-plaques, c'est-à-dire

$$E_{is}(t) = L_0 \iint 2(c\rho)_s \theta(x, y, t) \, dx \, dy. \quad (22)$$

Le système (III) fournit le bilan suivant

$$Q(t) = \frac{dE_{is}}{dt} = \dot{m}c_f(T_e - T_s) - \frac{dE_{if}}{dt} \quad (23)$$

T_e et T_s étant respectivement les températures d'entrée et de sortie instantanées du fluide, et E_{if} l'énergie interne du fluide contenu entre les deux plaques, soit

$$E_{if} = \int_0^L 2(c\rho)_f l L_0 T \, dx. \quad (24)$$

Les fonctions $Q(t)$, $E_{is}(t)$ et $E_{if}(t)$ sont évidemment périodiques.

Nous appellerons W_s , énergie stockée dans les deux demi-plaques, la quantité de chaleur accumulée par ces plaques quand $Q(t) \geq 0$ (Fig. 3) soit :

$$W_s = \int Q(t) \, dt \quad (25)$$

l'intégration étant faite sur une demi-période quand $Q(t) \geq 0$.

Cette grandeur W_s correspond à la variation maxi-

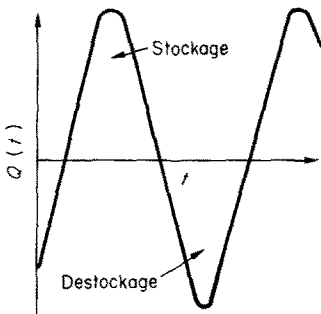


FIG. 3. Evolution du flux total $Q(t)$ transmis aux plaques.

um de l'énergie interne E_{is} c'est-à dire au double de son amplitude.

Là encore, l'utilisation des grandeurs complexes facilite grandement les calculs. On obtient $W_s = 2|\tilde{E}_{is}|$ avec

$$\tilde{E}_{is} = \iint 2(c\rho)_s \tilde{\theta}(x, y) L_0 \, dx \, dy,$$

soit

$$W_s = \frac{\tau}{\pi} T_0 \dot{m} c_f |1 - e^{-\mu}| \left| 1 - \frac{2i\pi\tau^*}{\mu} \right| \quad (26)$$

on peut écrire aussi

$$W_s = T_0 S b (\tau)^{1/2} f(\gamma, \beta) \left| \frac{1 - e^{-\mu}}{\mu} \right| \quad (27)$$

avec

$$f(\gamma, \beta) = \frac{\gamma}{\sqrt{\pi}} |\tilde{F}(\gamma, \beta)|. \quad (28)$$

Cette fonction $f(\gamma, \beta)$ a fait l'objet d'une étude détaillée en (9, 10). Lorsque μ est très petit on obtient

$$\lim(W_s)_{\mu \rightarrow 0} = T_0 S b \sqrt{\tau} f(\gamma, \beta). \quad (29)$$

C'est l'énergie que l'on stocke lorsqu'on suppose la température du fluide uniforme dans l'écoulement.

4.3. Corrélation entre la fonction de stockage et celle d'amortissement

Si on néglige l'énergie interne propre du fluide $E_{if}(t)$, on montre aisément que cela revient à supposer

$$\left| \frac{\tau^*}{\mu} \right| \ll 1, \text{ ou encore } \frac{\partial T}{\partial t} \ll u \frac{\partial T}{\partial x}.$$

Cette situation est habituellement obtenue en pratique.

Dans cette hypothèse (26) conduit à

$$W_s = \frac{\tau}{\pi} T_0 \dot{m} c_f |1 - e^{-\mu}|. \quad (30)$$

La quantité $H_m = \tau/\pi T_0 \dot{m} c_f$ représente l'énergie maximum transportée par le fluide à l'entrée de la conduite, pendant une demi-période.

L'étude de la fonction

$$f(\gamma, \beta) \left| \frac{1 - e^{-\mu}}{\mu} \right|$$

dans (27) montre que T_0, S, τ étant fixés l'énergie stockée W_s prend une valeur finie. Ainsi la relation (30) montre simplement que si $\dot{m} c_f$ est très grand alors $\mu \rightarrow 0$. Il ne sera donc pas possible d'obtenir un effet d'amortissement si l'énergie transportée par le fluide est trop importante relativement à la capacité de stockage du système de plaques.

4.4. Remarques

Dans le cas où $|\tau^*/\mu| \ll 1$, le coefficient μ s'écrit simplement

$$\mu = S t^* \cdot \tilde{F}(\gamma, \beta)$$

$$d'o\grave{u} \quad |\mu| = \frac{Sb}{\dot{m}C_f} \frac{\pi f(\beta, \gamma)}{\sqrt{\tau}}$$

$$\text{et} \quad \text{Arg } \mu = \zeta(\beta, \gamma) = \arctan \xi/\eta \quad (31)$$

Si μ devient très grand (30) montre que

$$\lim(W_s)_{\mu \rightarrow \infty} = \frac{\tau}{\pi} T_0 \dot{m} C_f = H_m$$

toute l'énergie fluctuante est alors éliminée en sortie.

5. PRESENTATION DE LA FONCTION DE TRANSFERT $e^{-\mu}$

5.1. Position du problème

Disposant de quatre paramètres $\gamma, \beta, St^*, \tau^*$ mathématiquement indépendants, on pourrait étudier μ (ou plutôt $e^{-\mu}$) en faisant varier successivement chacun d'eux.

Une telle procédure n'est physiquement pas réaliste et ne peut contribuer à une évaluation aisée du comportement du système. Il est en effet impossible, en pratique, de faire varier ces paramètres arbitrairement les uns par rapport aux autres.

La comparaison entre deux situations sera grandement facilitée si l'on impose des contraintes au problème.

Plusieurs choix sont possibles, fonction des cas pratiques qui se présentent.

En l'état actuel, nous retiendrons les conditions de travail suivantes qui apparaissent comme suffisamment générales.

1. La période τ est fixée, ainsi que la nature du matériau de stockage et du fluide caloporteur.

De ce fait β ne dépend plus que de l'épaisseur l de la demi-plaque.

2. Nous fixerons la valeur du rapport $S/\dot{m}C_f$, dont nous avons vu l'extrême importance.

$\frac{S}{\dot{m}C_f}$ étant défini,

$$\text{les grandeurs } -\frac{S}{\dot{Q}} \text{ et } \frac{St^*}{\gamma} = \sqrt{\frac{\pi}{\tau}} \frac{Sb}{\dot{m}C_f} \quad (32)$$

sont également déterminées.

3. *A priori* l'amélioration des performances du système peut s'obtenir par augmentation du coefficient d'échange α . Par exemple, en diminuant la distance $2l$ entre plaques. Mais alors les pertes de charge W_m s'accroissent et il est nécessaire de se fixer une limitation de la puissance mécanique dépensée.

Plus précisément, nous comparerons cette énergie dépensée W_m pour assurer la circulation de fluide, à l'enthalpie maximum H_m transportée à l'entrée de la conduite.

Si P_m est la puissance mécanique alors

$$W_m = \frac{\tau}{2} P_m.$$

Nous poserons

$$\varepsilon = \frac{W_m}{H_m} = \frac{\pi}{2} \frac{P_m}{\dot{m}C_f T_0}$$

et désignerons cette valeur ε par taux de pertes de charge.

L'amplitude T_0 étant ici arbitraire, nous serons en fait conduit à utiliser la valeur

$$\varepsilon T_0 = \frac{\pi}{2} \frac{P_m}{\dot{m}C_f}$$

qui sera fixée.

Pour le calcul des pertes de charge on adoptera la loi de Blasius, soit

$$\Delta p = \rho_f \frac{u^2}{2} \frac{L}{d_H} \cdot \frac{0.3164}{Re^{0.25}}$$

Δp représentant la chute de pression entre les extrémités des plaques avec d_H = diamètre hydraulique ($\approx 4l$)

on obtient alors

$$\varepsilon T_0 = \frac{0.06212}{C_f} \left(\frac{\dot{Q}}{S}\right)^2 \left(\frac{L}{l}\right)^3 \frac{1}{Re^{0.25}} \quad (33)$$

Utilisant, d'autre part, la loi de Colburn $Nu = 0.023 Pr^{0.4} Re^{0.8}$ on obtient

$$St^* = \frac{0.023}{Re^{0.2} Pr^{0.6}} \frac{L}{l} \quad (34)$$

4. Par ailleurs, puisque

$$\frac{S}{\dot{Q}} = \frac{4L}{Re v} \quad (35)$$

on peut se fixer Re d'où L , si S/\dot{Q} est donné.

Le problème est alors entièrement défini.

En effet, avec les données de S/\dot{Q} (ou $S/\dot{m}C_f$), εT_0 et Re la relation (35) détermine la longueur L , la formule (33) conduit à une seule valeur de L/l donc aussi de l , de St^* , de γ .

De même, la vitesse u prend la valeur unique définie par $Re = 4ul/v$, ce qui détermine aussi τ^* .

En définitive pour une période et un couple matériau/fluide, on étudiera les performances du système en fonction des grandeurs physiques suivantes:

le nombre de Reynold Re

les 'pertes de charge relatives', εT_0

le rapport S/\dot{Q}

L, l prennent des valeurs uniques et l'évolution du système ne dépendra plus que de l'épaisseur l par l'intermédiaire de β .

Le problème consiste alors à définir la géométrie du système conduisant à un filtrage optimum de la température du fluide en sortie.

5.2. Etude du comportement de la fonction d'amortissement $\chi = e^{-\mu}$

Nous choisirons dans tout ce qui suit une période τ de 24 h.

Nous supposerons le niveau moyen T_1 à 300°C, ceci

Tableau 1. Caractéristiques thermophysiques

	Alumine	Brique	Air (300°C)	Santotherm 55 (300°C)
λ (W m ⁻¹ K ⁻¹)	9,83	0,66	$4,29 \times 10^{-2}$	0,1104
C (J kg ⁻¹ K ⁻¹)			1047	2951
ρ (kg m ⁻³)			0,596	702
$C\rho$ (J m ⁻³ K ⁻¹)	$3,32 \times 10^6$	$1,428 \times 10^6$	624	$2,072 \times 10^6$
b (W m ⁻² s ^{1/2} K ⁻¹)	$5,71 \times 10^3$	$0,97 \times 10^3$		
ν (m ² s ⁻¹)			$4,92 \times 10^{-5}$	$6,4 \times 10^{-7}$

pour fixer la valeur des paramètres introduits dans l'étude.

Deux matériaux de stockage se situant dans des gammes assez éloignées de caractéristiques thermophysiques sont retenus: l'alumine et une brique réfractaire.

Enfin, deux fluides caloporteurs travaillant couramment à 300°C sont envisagés: l'air et un thermofluide synthétique, le Santotherm 55.

Dans le Tableau 1 ci-après, nous indiquons les valeurs des caractéristiques thermiques de ces produits.

Selon la procédure indiquée précédemment, nous fixons Re , εT_0 et S/\dot{Q} (ou $S/\dot{m}c_f$ pour un fluide donné).

5.2.1. *Cas de l'air.* Nous verrons que la valeur du nombre de Reynolds Re intervient très peu dans les performances du système. Il n'a d'influence pratiquement que sur la géométrie du module.

Deux valeurs sont choisies [$Re = 10162$ et 50813], correspondant, d'après (35), à des déterminations simples du rapport S/\dot{Q} et de la longueur L . Nous prendrons pour S/\dot{Q} les valeurs 10, 20, 40, 80, 160 (unité SI).

Enfin, nous présenterons trois valeurs de εT_0 (°C), soit: 0,1, 1, 10. Bien entendu, le taux réel ε de pertes de charge dépend de l'amplitude d'entrée T_0 —dont la valeur est arbitraire dans le problème traité ici. Par exemple, pour $\varepsilon T_0 = 1^\circ\text{C}$, si $T_0 = 10^\circ\text{C}$, alors $\varepsilon = 10\%$ et si $T_0 = 50^\circ\text{C}$, $\varepsilon = 2\%$.

Sur la Fig. 4, nous avons représenté la fonction d'amortissement $\chi = e^{-\eta}$ pour le couple air-alumine, et sur la Fig. 5, cette même fonction pour le couple air-brique réfractaire; le trait plein correspondant au cas $Re = 10162$ et le trait interrompu au cas $Re = 50813$.

Dans toutes ces figures, β est en abscisse et correspond en fait à un balayage de l'épaisseur l

$$\left(\text{puisque } \beta = l \sqrt{\frac{\pi}{a_s \tau}} \right).$$

Pour faciliter l'utilisation de ces courbes, nous avons gradué l'axe des abscisses à la fois en β et l .

Finalement, une courbe correspond à un groupe fixé de valeurs Re , S/\dot{Q} et εT_0 . Il en résulte, comme indiqué en 5.1., une détermination de la longueur L et de la distance $2l'$ entre plaques.

Influence de l'épaisseur l . De manière tout à fait

générale, on observe que la fonction d'amortissement présente toujours un minimum au sens mathématique, mais très aplati. Ce résultat important indique clairement que l'efficacité du système atteint une limite, obtenue à partir d'une épaisseur $2l_0$. D'un point de vue pratique, il n'y aura donc aucun avantage à réaliser des plaques d'épaisseur supérieure.

Physiquement, ce résultat est lié au fait que le signal thermique s'amortit à partir de la face $y = l$, de façon telle que la face arrière n'est plus sensible à l'échange superficiel.

Pour une valeur donnée de S/\dot{Q} , l_0 augmente légèrement avec εT_0 .

On peut noter que, dans le cas de l'alumine, les courbes présentent un palier plus aplati que pour la brique.

Influence du rapport S/\dot{Q} . On montre facilement, à partir des relations établies en 5.1, que, à Re et εT_0 constants,

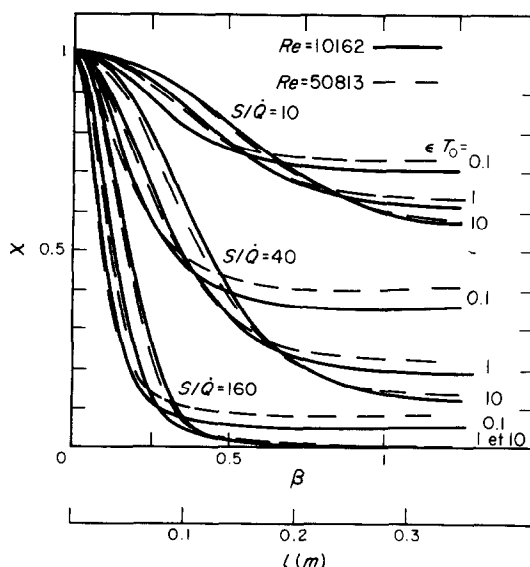
la longueur L varie proportionnellement à S/\dot{Q} ,

l'épaisseur $2l'$ varie proportionnellement à $(S/\dot{Q})^{1/3}$

le nombre St^* varie proportionnellement à $(S/\dot{Q})^{2/3}$

le nombre γ varie proportionnellement à $(S/\dot{Q})^{-1/3}$

Ainsi, quand S/\dot{Q} augmente, la qualité de l'échange thermique (fixée par γ) diminue légèrement, mais cet

FIG. 4. Fonction d'amortissement χ (air-alumine).

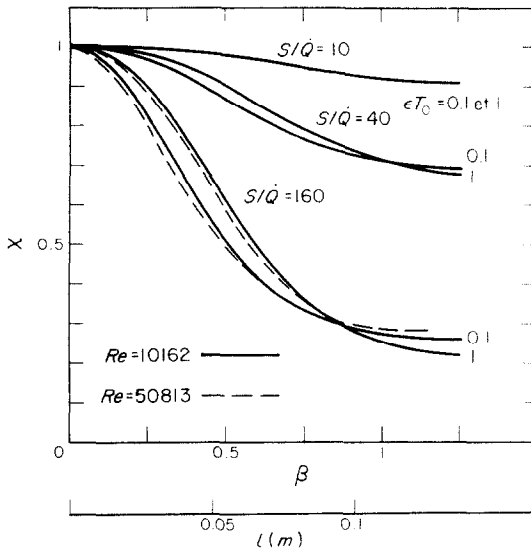


FIG. 5. Fonction d'amortissement χ (air-brique).

inconvenient est largement compensé par l'accroissement du nombre St^* . On peut observer sur les Figs. 4 et 5 l'importance de la valeur S/\dot{Q} sur l'efficacité du filtrage qui augmente notablement avec celle-ci.

Influence des 'pertes de charge relatives' (εT_0). Une augmentation de εT_0 se traduit (à Re et S/\dot{Q} fixés) par une diminution de la distance $2l'$ entre plaques, et donc par un accroissement de St^* et de γ .

Il est facile d'établir en effet que, à Re et S/\dot{Q} donnés

l' varie proportionnellement à $(\varepsilon T_0)^{-1/3}$

St^* varie proportionnellement à $(\varepsilon T_0)^{1/3}$

γ varie proportionnellement à $(\varepsilon T_0)^{1/3}$.

Dans ces conditions, une augmentation des pertes de charge permet en contre-partie un meilleur filtrage; la valeur limite de χ décroît quand εT_0 croît.

Dans le cas de l'alumine, ce paramètre joue un rôle important, ce qui ne s'observe pratiquement pas pour la brique. Cette différence de comportement est due au fait que l'effusivité b de l'alumine est nettement supérieure à celle de la brique.

En effet, à Re , εT_0 et S/\dot{Q} donnés, le nombre St^* est indépendant du matériau de stockage. Par contre, puisque la valeur de γ est inversement proportionnelle à l'effusivité du matériau, la qualité de l'échange superficiel liée à la valeur de γ est meilleure pour le matériau dont l'effusivité thermique $b = \sqrt{\lambda c \rho}$ est la plus faible.

En fait, entre $\gamma = 10$ et l'infini, la différence quant à l'énergie stockée est insignifiante [9, 10], et il devient alors inutile d'augmenter εT_0 dès que γ atteint une valeur suffisante. Dans le cas de la brique, on obtient

† Nous avons montré relation (13) que, pour γ suffisamment élevée (en pratique $\gamma > 5$), le facteur d'amortissement η est proportionnel à $bS/\dot{m}c_f$ —d'où la supériorité—de l'alumine par rapport à la brique.

‡ Pour clarifier le tracé des courbes, nous avons représenté seulement celles relatives à $S/\dot{Q} = 10, 40, 160$.

donc facilement un échange presque parfait (dès que $\varepsilon T_0 > 1$), mais son effusivité thermique faible limite de toute façon l'efficacité du filtrage.†

Par contre, pour l'alumine, dont l'effusivité est élevée ($b_{\text{alumine}} = 5.88 b_{\text{brique}}$), il est possible d'améliorer considérablement la qualité des transferts superficiels en augmentant εT_0 . Pratiquement, il faut atteindre $\varepsilon T_0 = 100$ pour 'saturer' le matériau en énergie. *Influence du nombre de Reynolds Re .* Les courbes obtenues indiquent que l'influence de Re est relativement faible.

Dans une situation donnée, c'est-à-dire à pertes de charges, débit \dot{Q} , surface S fixés, l'efficacité du filtrage sera du même ordre pratiquement, quel que soit Re (bien entendu en restant à $Re > 10^4$). On observe seulement une légère décroissance de celle-ci quand Re augmente. Une modification de Re se traduit surtout par un changement dans les dimensions géométriques du système.

En effet, d'après (35) la longueur L augmente proportionnellement à Re , et donc la largeur L_0 diminue d'autant si l'on conserve la surface totale $S = 2L_0L$. Par ailleurs, la distance entre plaques augmente.

Pour compléter et clarifier les Figs. 4 et 5, on se reportera aux Tableaux 2-6 ci-après, correspondant aux courbes présentées.‡ Dans ceux-ci nous avons indiqué la valeur limite χ_{minimum} obtenue pour chaque situation.

5.2.2. *Cas d'un thermofluide type Santotherm 55 (S 55).* Si l'on veut effectuer une comparaison avec le cas de l'air, il est nécessaire de conserver la valeur du paramètre le plus important, c'est-à-dire $S/\dot{m}c_f$.

Pour la même valeur de Re , la relation (35) impose alors, avec le Santotherm 55 une longueur de plaque 42 fois plus importante.

Ce résultat signifie qu'entre les deux cas la différence d'échelle est très importante. En pratique, un système utilisant ce type de fluide ne sera justifié en régime turbulent que pour des installations de très grande surface dans lesquels il est possible de transporter des puissances importantes.

Les réseaux de courbes obtenus, que nous ne présenterons pas, sont alors très comparables à ceux de l'air, les pertes de charges étant toutefois beaucoup plus faibles (l'interaction fluide-plaque étant nettement meilleure, le paramètre γ est toujours élevé).

5.3. Déphasage ξ du fluide en sortie

Pour illustrer le comportement de la fonction $\xi(\beta, \gamma, St^*, \tau^*)$ nous avons tracé le réseau (Fig. 6) correspondant au cas air-alumine, pour un nombre de Reynolds de 10162 avec $\varepsilon T_0 = 0.1$ et 10.

De façon générale, on observe une 'résonance' de phase pour une valeur particulière de l'épaisseur de la plaque nettement plus faible que l'épaisseur l_0 (définie pour la fonction χ).

Dans tous les cas envisagés, le paramètre τ^* reste toujours très faible ($< 2.2 \cdot 10^{-4}$) et n'a donc aucune influence sur la valeur de ξ .

Tableau 2. Caractéristiques du système air-alumine pour $\varepsilon T_0 = 0,1$ (voir Fig. 4)

Re	10162					50813				
	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
S/\dot{Q} (s m ⁻¹)	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
$\dot{m} C_f/S$ (W m ⁻² K ⁻¹)	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9
L (m)	1,25	2,5	5	10	20	6,25	12,5	25	50	100
$2l' \times 10^2$ (m)	2,10	2,64	3,33	4,19	5,29	9,17	11,56	14,56	18,35	23,11
St^*	0,53	0,84	1,33	2,12	3,36	0,438	0,696	1,105	1,75	2,78
γ	0,959	0,761	0,604	0,479	0,380	0,795	0,631	0,500	0,397	0,315
$\tau^* \times 10^6$	1,2	3	7,7	19,4	49	5,3	13	33	85	214
χ_{min}	0,704	0,544	0,356	0,174	0,056	0,730	0,584	0,404	0,220	0,08

Tableau 3. Caractéristiques du système air-alumine pour $\varepsilon T_0 = 1$ (voir Fig. 4)

Re	10162					50813				
	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
S/\dot{Q} (s m ⁻¹)	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
$\dot{m} C_f/S$ (W m ⁻² K ⁻¹)	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9
L (m)	1,25	2,5	5	10	20	6,25	12,5	25	50	100
$2l' \times 10^2$ (m)	0,974	1,23	1,54	1,95	2,45	4,26	5,36	6,76	8,51	10,73
St^*	1,14	1,81	2,87	4,56	7,24	0,945	1,500	2,38	3,78	6,00
γ	2,065	1,64	1,301	1,033	0,819	1,71	1,36	1,08	0,856	0,679
$\tau^* \times 10^6$	0,56	1,4	3,6	9	23	2,5	6,2	16	39	99
χ_{min}	0,616	0,406	0,196	0,054	0,004	0,632	0,434	0,224	0,072	0,01

Tableau 4. Caractéristiques du système air-alumine pour $\varepsilon T_0 = 10$ (voir Fig. 4)

Re	10162					50813				
	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
S/\dot{Q} (s m ⁻¹)	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
$\dot{m} C_f/S$ (W m ⁻² K ⁻¹)	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9
L (m)	1,25	2,5	5	10	20	6,25	12,5	25	50	100
$2l' \times 10^2$ (m)	0,452	0,569	0,717	0,904	1,14	1,98	2,49	3,14	3,95	4,98
St^*	2,45	3,90	6,19	9,83	15,6	2,04	3,23	5,13	8,14	12,9
γ	4,45	3,53	2,80	2,22	1,76	3,69	2,93	2,32	1,84	1,46
$\tau^* \times 10^6$	0,26	0,66	1,66	4,2	10,5	1,14	2,9	7,2	18,3	46
χ_{min}	0,568	0,336	0,122	0,016	≈ 0	0,576	0,344	0,132	0,02	≈ 0

Tableau 5. Caractéristiques du système air-brique pour $\varepsilon T_0 = 0,1$ (voir Fig. 5)

Re	10162					50813				
	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
S/\dot{Q} (s m ⁻¹)	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
$\dot{m} C_f/S$ (W m ⁻² K ⁻¹)	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9
L (m)	1,25	2,5	5	10	20	6,25	12,5	25	50	100
$2l' \times 10^2$ (m)	2,10	2,64	3,33	4,19	5,29	9,17	11,56	14,56	18,35	23,11
St^*	0,53	0,840	1,33	2,12	3,36	0,438	0,696	1,105	1,754	2,78
γ	5,64	4,48	3,55	2,82	2,24	4,67	3,71	2,94	2,34	1,85
$\tau^* \times 10^6$	1,2	3	7,7	19,4	49	5,3	13	33	85	214
χ_{min}	0,904	0,824	0,688	0,488	0,258	0,904	0,826	0,696	0,504	0,276

Tableau 6. Caractéristiques du système air-brique pour $\varepsilon T_0 = 1$ (voir Fig. 5)

Re	10162					50813				
	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
S/\dot{Q} (s m ⁻¹)	10	20	40	80	160	10	20	40	80	160
$\dot{m} C_f/S$ (W m ⁻² K ⁻¹)	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9	62,4	31,2	15,6	7,8	3,9
L (m)	1,25	2,5	5	10	20	6,25	12,5	25	50	100
$2l' \times 10^2$ (m)	0,974	1,23	1,54	1,95	2,45	4,26	5,36	6,76	8,51	10,73
St^*	1,14	1,81	2,87	4,56	7,24	0,945	1,500	2,38	3,78	6,00
γ	12,15	9,65	7,65	6,08	4,82	10,1	7,80	6,35	5,04	4,00
$\tau^* \times 10^6$	0,56	1,4	3,6	9	23	2,5	6,2	16	39	99
χ_{min}	0,904	0,820	0,672	0,456	0,216	0,904	0,820	0,672	0,458	0,220

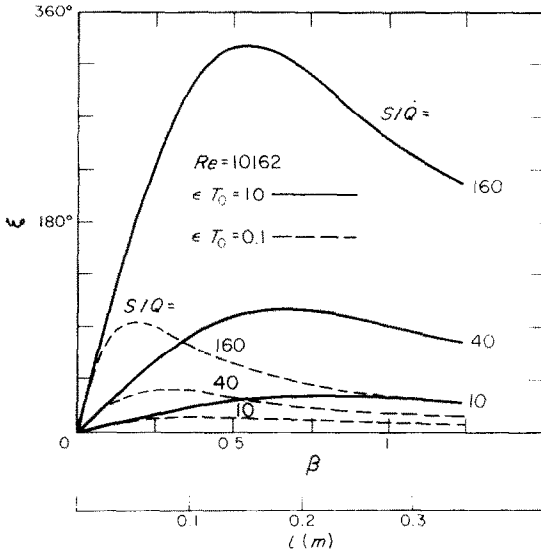


FIG. 6. Déphasage ξ du fluide en sortie (air-alumine).

6. COMPORTEMENT DE LA FONCTION DE STOCKAGE f_s

Si nous rapportons l'énergie stockée (ou déstockée) W_s pendant une demi-période, à l'enthalpie d'entrée maximum $H_m = (\tau/\pi)T_0\dot{m}c_f$, on définit la fonction de stockage

$$f_s = \frac{W_s}{H_m} = \left| 1 - e^{-\mu} \right| \left| 1 - \frac{2i\pi\tau^*}{\mu} \right| \quad (35\text{bis})$$

Nous avons représenté (Fig. 7) cette fonction dans le cas du couple air-alumine, pour $\varepsilon T_0 = 0.1$ et 10 avec $Re = 10162$. On pourra la comparer à la fonction χ (Fig. 4).

La fonction stockage passe par un maximum (pouvant dépasser 1) en fonction de l'épaisseur l pour une

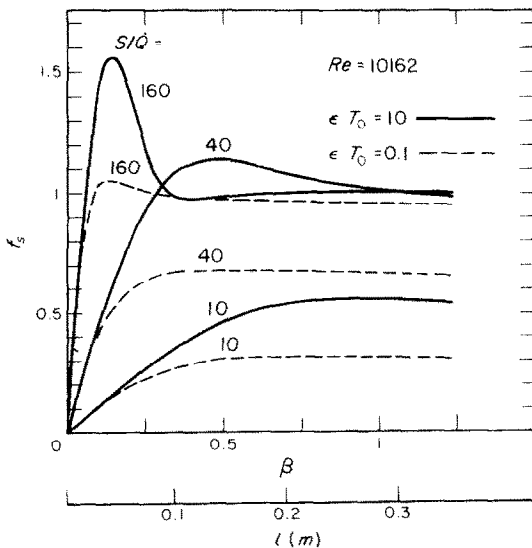


FIG. 7. Fonction stockage f_s (air-alumine).

valeur toujours inférieure à l_0 . L'écart devient notable si S/\dot{Q} est élevé.

Le fait que le maximum d'énergie stockée ne coïncide pas avec le filtrage optimum tient au déphasage ξ et montre bien la distinction qui doit être faite entre les deux notions filtrage/stockage. Il n'en reste pas moins, globalement, que le filtrage s'améliore en même temps qu'augmente l'énergie stockée.

7. UTILISATION PRATIQUE DE LA FONCTION χ MINIMUM

7.1. Approximation de la valeur χ minimum

La fonction d'amortissement évolue depuis la valeur 1 (quand l'épaisseur l de plaque $\rightarrow 0$), et décroît jusqu'à χ_{\min} pour finalement atteindre une valeur asymptotique (β ou $l \rightarrow \infty$) voisine de χ_{\min} (mais légèrement supérieure).

On pourra donc obtenir une approximation de cette valeur χ_{\min} en calculant à partir de l'expression générale (10) la valeur asymptotique

$$\lim(\mu)_{\beta \rightarrow \infty} = 2i\pi\tau^* + St^* \frac{1+i}{(1+\gamma)+i} \quad (36)$$

qui fournit

$$\lim(\eta)_{\beta \rightarrow \infty} = St^* \frac{\gamma+2}{(\gamma+1)^2+1} = \eta_s \quad (37)$$

et donc

$$\lim(\chi)_{\beta \rightarrow \infty} = \chi_x = e^{-\eta_s} \quad (38)$$

De plus, lorsque le coefficient d'échange α devient très élevé ($\gamma \rightarrow \infty$), les expressions 37 et 38 donnent respectivement

$$\lim(\eta_s)_{\alpha \rightarrow \infty} = \frac{bS}{\dot{m}c_f} \sqrt{\frac{\pi}{\tau}} \quad (39)$$

d'où

$$\lim(\chi_x)_{\alpha \rightarrow \infty} = e^{-(bS\dot{m}c_f/\tau)} \sqrt{\frac{\pi}{\tau}} \quad (40)$$

Les expressions simplifiées 37 à 40 fournissent rapidement une mesure approximative mais très satisfaisante de l'efficacité du système (χ_{\min}). Nous avons vérifié, en comparant aux valeurs exactes figurant dans les Tableaux 2 à 6, tout l'intérêt de ces résultats simplifiés.

7.2. Détermination de l'efficacité χ_{\min} du filtrage en fonction de S/\dot{Q} , εT_0 , Re

A εT_0 et Re constants, pour un système matériau/fluide donné et une période τ fixée, nous avons tracé la courbe χ_{\min} en fonction de S/\dot{Q} .

Sur la Fig. 8, nous donnons, à titre d'exemple, les cas air-alumine et air-brique avec $Re = 10162$ pour $\varepsilon T_0 = 0.1, 1.10$.

Ce réseau montre clairement le peu d'influence des pertes de charge dans le cas de la brique et leur importance pour l'alumine. D'autre part, il permet très simplement de définir le système compte tenu d'un

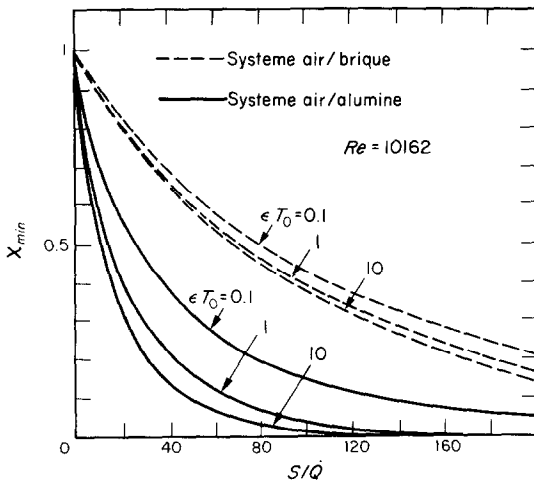


FIG. 8. Fonction χ_{\min} (air-alumine et air-brique).

objectif fixé pour χ_{\min} .

Par exemple, si l'on veut obtenir une valeur $\chi_{\min} = 0,3$ avec des pertes de charge $\epsilon T_0 = 1$, il faudra choisir un rapport S/\dot{Q} d'environ 130 pour la brique, et seulement 30 pour l'alumine.

En pratique, pour un même débit d'air, la surface d'échange sera 4 fois plus importante pour la brique comparée à celle pour l'alumine. Par contre, l'épaisseur l nécessaire pour atteindre cette valeur $\chi_{\min} = 0.3$ est plus faible pour la brique (environ 15 et 30 cm respectivement).

Compte tenu de la démarche suivie en 5.1 on peut ensuite facilement en déduire la géométrie complète du système.

8. JUSTIFICATION NUMÉRIQUE DE L'HYPOTHÈSE 'TRANSFERTS THERMIQUES AXIAUX NEGLIGEABLES'

Il convient d'ajouter au système II le terme $\partial^2\theta/\partial x^2$ dans l'équation (3), ainsi que deux conditions aux limites aux extrémités de la plaque. Pour la comparaison avec la solution analytique présentée, ces deux conditions sont nécessairement du type 'flux de chaleur nul'.[†] Ce nouveau système est résolu par une méthode numérique dont la subdivision, le choix des formules de différenciation, ainsi que de la méthode de résolution des équations ont été guidés par l'excellence de l'accord entre solution analytique et solution numérique où le terme $\partial^2\theta/\partial x^2$ n'est pas introduit.

Tous les exemples présentés dans l'article ont été traités numériquement. Les résultats montrent que les écarts sont plus importants si le rapport l/l' est (c'est-à-dire pour le couple air-alumine). Cependant, et ce sera le fait essentiel, l'écart sur la température du fluide en sortie, pour tous les exemples et pour une amplitude

unité à l'entrée, reste inférieure à 0,01, unité de température entre les deux solutions, ce qui prouve le bien-fondé de l'hypothèse 'transferts thermiques axiaux par conduction négligeables'.

9. CONCLUSION

La conversion à l'échelle industrielle de l'énergie solaire en énergie électrique au moyen d'un cycle thermodynamique implique que l'on puisse s'affranchir du caractère fluctuant de cette source d'énergie.

La fonction d'un système de stockage thermique intercalé entre la source et l'utilisation est précisément d'obtenir de l'installation complète un fonctionnement continu sur un laps de temps important.

Dans l'étude présentée ici nous avons considéré une situation idéale simple dans laquelle on disposerait d'un flux solaire périodique (alternance jour/nuit) pour une durée suffisante (supérieure à la semaine).

Dans cette configuration, on atteindra dès le deuxième jour un régime de fonctionnement périodique établi déterminé par la réponse harmonique de chaque élément constitutif du système.

Nous limitant dans ce travail au seul module de stockage, partie essentielle de l'ensemble, nous avons démontré la possibilité d'atténuer considérablement les fluctuations de température du fluide caloporteur.

REFERENCES

1. A. Kardas, On a problem in the theory of the unidirectional regenerator, *Int. J. Heat Mass Transfer* **9**, 567-579 (1966).
2. A. J. Willmott, The regenerative heat exchanger computer representation, *Int. J. Heat Mass Transfer* **12**, 997-1014 (1969).
3. J. V. Edwards, R. Evans and S. D. Probert, Computation of transient temperatures in regenerators, *Int. J. Heat Mass Transfer* **14**, 1175-1202 (1971).
4. A. Burns and A. J. Willmott, Transient performance of periodic flow regenerators, *Int. J. Heat Mass Transfer* **21**, 623-627 (1978).
5. P. Razelos and M. K. Benjamin, Computer model of thermal regenerators with variable mass flow rates. *Int. J. Heat Mass Transfer* **21**, 735-743 (1978).
6. F. W. Schmidt and J. Szego, Transient response of solid sensible heat thermal storage units single fluid, *J. Heat Transfer* **98**, 471-477 (1976).
7. J. Szego and F. W. Schmidt, Transient behavior of a solid sensible heat thermal storage exchanger, *J. Heat Transfer* **100**, 148-154 (1978).
8. J. Szego and F. W. Schmidt, Analysis of the effects of finite conductivity in the single blow heat storage unit, *J. Heat Transfer* **100**, 740-742 (1978).
9. B. Fourcher, J. Bransier, B. Cassagne et J. P. Bardon, Stockage périodique de chaleur. Aspects fondamentaux liés à la cinétique des transferts. Sixième Congrès International sur le Transfert de Chaleur, Toronto, Canada (Août, 1978).
10. J. P. Bardon, B. Fourcher et B. Cassagne, Stockage périodique par chaleur sensible—aspects fondamentaux liés à la cinétique des transferts, *Int. J. Heat Mass Transfer* **22**, 229-236 (1979).
11. E. M. Sparrow and F. N. De Farias, Unsteady heat transfer in ducts with time varying inlet temperature and participating walls. *Int. J. Heat Mass Transfer* **11**, 837-853 (1968).

[†] En fait, on doit être attentif à la condition sur le bord d'attaque qui, dans la pratique, se rapproche d'une condition limite type 'température imposée'.

TRANSFER FUNCTION OF A STORAGE SENSIBLE HEAT ELEMENT IN PERIODIC REGIME

Abstract—This paper deals with the extraction of the mean component of a periodic thermal power (solar energy for example). We show that such a filtering may be achieved by introducing a solid sensible heat thermal storage unit. We have defined a theoretical model for a specific heat storage configuration composed of a number of rectangular cross-section channels for the flowing fluid connected in parallel and separated by the solid storage material. Our model yields basic physical conclusions for the temperature fluctuations at the exit extremity and allows us to define an optimal geometry for the designs. The results are set explicitly for two different fluid-storage material couples: air-alumina and air-refractory brick.

DIE ÜBERTRAGUNGSFUNKTION EINES SPEICHERELEMENTES FÜR FÜHLBARE WÄRME IN PERIODISCHEM BETRIEB

Zusammenfassung—Die Arbeit behandelt die Bestimmung des Konstantanteils einer periodischen Wärmeleistung (z. B. Sonnenenergie). Wir zeigen, daß eine solche Filterung erreicht werden kann, indem man eine Feststoffspeichereinheit für fühlbare Wärme verwendet. Wir haben ein theoretisches Modell für eine bestimmte Wärmespeicherkonfiguration definiert, die aus mehreren Kanälen mit rechteckigem Querschnitt für das strömende Fluid besteht, welche parallel geschaltet und durch die feste Speichermasse voneinander getrennt sind. Unser Modell liefert grundlegende physikalische Einsichten über die Temperaturschwankungen am Austrittsende und gestattet uns, eine optimale Geometrie für entsprechende Entwürfe anzugeben. Resultate werden explizit für zwei verschiedene Paarungen von Fluid und Speichermaterial angegeben: Luft-Tonerde und Luft-feuerfeste Ziegel.

РАБОТА ЭЛЕМЕНТА АККУМУЛЯТОРА ТЕПЛА В ПЕРИОДИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

Аннотация — В статье рассматривается проблема съема средней за период компоненты тепловой энергии (например, солнечной). Показано, что такой отвод можно осуществлять с помощью твердофазного теплоаккумулирующего элемента. Разработана теоретическая модель аккумулятора, состоящего из нескольких каналов прямоугольного сечения для жидкости, соединенных параллельно и отделенных друг от друга твердым аккумулирующим веществом. Предложенная модель позволяет получить основные физические выводы относительно флуктуаций температуры на выходе из аккумулятора и определить оптимальную геометрию конструкции. Результаты представлены в явном виде для двух аккумуляторов: с воздухом и глиноземом и с воздухом и огнеупорным кирпичом.